

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 2 - חוק קולון

תוכן העניינים

1. חוק קולון וסופרפוזיציה.....1
2. התפלגות מטען רציפה.....4

חוק קולון וסופרפוזיציה:

שאלות:

(1) מטען בפינת ריבוע

חשב את הכוח הפועל על המטען שבפינה התחתונה הימנית של הריבוע שבשרטוט. q ו- a נתונים.



(2) מטענים בקודקודי משולש

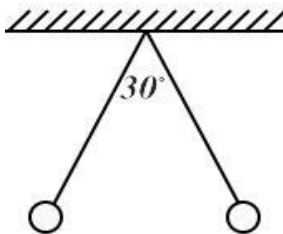
שלושה מטענים זהים נמצאים על קדקודיו של משולש שווה צלעות. גודל כל מטען הוא $q = 2\mu C$ ואורך צלע המשולש היא $4m$.



מצא את הכוח שמרגיש כל מטען כתוצאה מהמטענים האחרים.

(3) שני כדורים תלויים

שני כדורים בעלי מסה m ומטען זהה תלויים מהתקרה ע"י חוטים בעלי אורך L . הזווית בין החוטים היא 30° מעלות. מצא את מטען הכדורים.

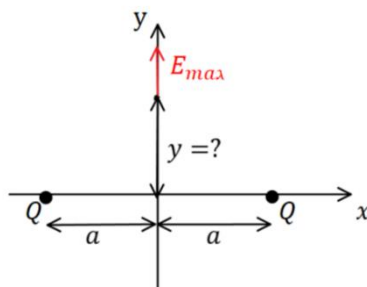


(4) שדה מקסימלי בין שני מטענים

שני מטענים בעלי מטען זהה Q נמצאים על ציר ה- x בנקודות $(a, 0)$ ו- $(-a, 0)$. א. מצאו את הנקודה על ציר ה- y כלומר $(0, y)$ שבה השדה החשמלי מקסימלי.

ב. מה גודל השדה בנקודה זו?

ג. באיזה נקודה השדה מקסימלי בציר ה- z ?



5) שפופרת טלויזיה

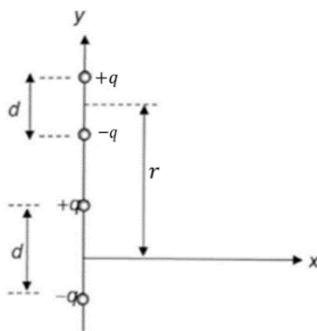
אלקטרונים נכנסים לשפופרת במהירות V נתונה.
 בשפופרת יש שדה קבוע בשני הכיוונים הניצבים למהירות כניסת האלקטרונים.
 אורך השפופרת הוא d .
 חשב את נקודת הפגיעה של האלקטרונים במסך הנמצא במרחק L מקצה השפופרת.
 הנח כי $d \ll L$ וכי מסת ומטען האלקטרון ידועים.



6) דיפול מפעיל כוח על דיפול

דיפול חשמלי מורכב משני מטענים נקודתיים $\pm q$

הנמצאים בנקודות $\left(0, \pm \frac{d}{2}\right)$ (ראו איור).



א. חשבו את השדה החשמלי שיוצר הדיפול

בנקודה $(y, 0)$ שעל ציר ה- y .

ב. השתמשו בתוצאת הסעיף הקודם וחשבו את

הכוח שמפעיל הדיפול הנ"ל על דיפול נוסף

שמטעניו גם כן $\pm q$ המרוחקים זה מזה

מרחק d (המצוי על ציר ה- y גם כן) ואשר מרכזו

במרחק r ממרכז הדיפול הראשון. הניחו ש- $r > d$.

ג. למה תצטמצם תשובתכם לסעיף קודם עבור $r \gg d$?

הדרכה: השתמשו בפיתוח לטור טיילור (או מקלורן) של פונקציית

$$\text{החזקה: } (1+x)^n \approx 1+nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 \dots +$$

תשובות סופיות:

$$\frac{kq^2}{a^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \quad (1)$$

$$3.897 \cdot 10^{-3} \text{ N} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{mg}{k}} \tan(15^\circ) L^2 (2 - \sqrt{3}) \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} a \quad \text{ג.} \quad \frac{4kQ}{\sqrt{27}a^2} \quad \text{ב.} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} a \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$z \approx \frac{|e|E_z d \cdot L}{mv^2}, \quad \frac{|e|E_x d \cdot L}{mv^2} \quad (5)$$

$$\vec{E}(y) = kq \left[\frac{1}{\left(y - \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(y + \frac{d}{2}\right)^2} \right] \hat{y} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\vec{F} = kq^2 \left[\frac{2}{r^2} - \frac{1}{(r+d)^2} - \frac{1}{(r-d)^2} \right] \hat{y} \quad \text{ב.}$$

$$\vec{F} = -\frac{6d^2 kq^2}{r^4} \hat{y} \quad \text{ג.}$$

התפלגות מטען רציפה:

שאלות:

(1) התפלגות מטען רציפה-תיל מכופף



תיל אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליח' אורך λ מכופף לחצי מעגל בעל רדיוס R . מצא את השדה במרכז חצי המעגל.

(2) שדה של טבעת ודיסקה

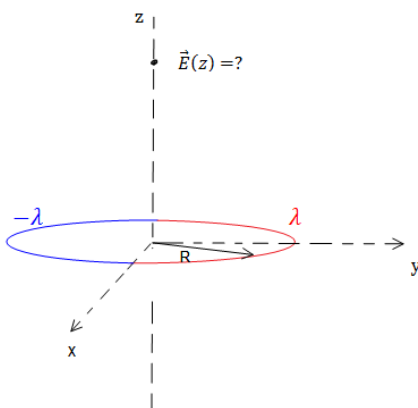


נתונה טבעת בעלת רדיוס R וצפיפות מטען ליחידת אורך λ .

א. חשב את השדה של טבעת ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.

ב. חשב את השדה החשמלי של דיסקה ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען σ לאורך ציר הסימטריה של הדיסקה.

(3) טבעת חצי חצי



נתונה טבעת בעלת רדיוס R .

חציה האחד של הטבעת טעון בצפיפות מטען λ וחציה השני טעון בצפיפות $-\lambda$. מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.

(4) שדה של גליל מלא



גליל מלא בעל רדיוס R וגובה H טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ . מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הגליל (בתוך ומחוץ לגליל).

(5) טבעת עם צפיפות לא אחידה

טבעת ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משתנה התלויה בזווית עם ציר ה- x .

$$\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin \theta$$

λ_0 , R קבועים נתונים.

א. מהו סך המטען על הטבעת?

ב. מצא את השדה החשמלי בכל נקודה על ציר הסימטריה של הטבעת (גודל וכיוון).

ג. מצא מהו השדה החשמלי עבור $z \gg R$.

איזה שדה מאפיין מתקבל? ומדוע? (סעיף זה קשור לנושא של דיפולים).

**(6) שדה של תיל סופי**

תיל סופי באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בצורה אחידה.

חשב את השדה החשמלי לאורך ציר המאונך לתיל והעובר במרכזו.

**(7) שדה של טבעת עם חלק חסר**

במערכת הבאה ישנה טבעת ברדיוס R שחציה הימני טעון בצפיפות מטען λ_1 וחציה השמאלי טעון

בצפיפות מטען λ_2 .

לחציה הימני חסר חלק באורך קשת הנשען מול הזווית 2α .

מצא את השדה במרכז הטבעת.

**(8) כוח של מוט על מוט**

שני מוטות בעלי אורך L טעונים

בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ .

שני המוטות מונחים על ציר ה- x

כפי שנראה בצור.

מצא את הכוחות שמפעילים המוטות אחד על השני.



**(9) כוח של מוט על דסקה**

במערכת הבאה ישנה דסקה (מלאה) ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ . מוט באורך L מונח לאורך ציר הסימטריה של הדסקה ובגובה d מעל מרכזה (ראה איור). המוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ . מצא מה הכוח שמפעיל המוט על הדסקה.

(10) חרוט קטום**

מטען q נמצא בקודקודו של משטח בצורת חרוט בעל חצי זווית מפתח השווה ל- θ ואורך הקו היוצר הוא l (ראו איור). החרוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ .

א. האם ניתן לחשב את הכוח על המטען אם המטען נמצא ממש בקצה החרוט?

ב. חשבו את הכוח הפועל על המטען מהחרוט. (הדרכה: השתמש בסופרפוזיציה של טבעות, השטח של טבעת אינפיניטסימלית בעובי dr הנמצאת במרחק r מקודקוד החרוט הוא: $dS = 2\pi r \sin \theta dr$ בקואורדינטות כדוריות).

ג. עבור איזו זווית θ הכוח מקסימאלי? מה קורה כאשר: $\theta = \frac{\pi}{2}$?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad 0$$

$$(2) \quad \text{א.} \quad \frac{k\lambda R\pi z}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \begin{cases} \hat{z} & z > 0 \\ -\hat{z} & z < 0 \end{cases}$$

$$\text{ב.} \quad 2\pi k\sigma z \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

$$(3) \quad 2 \cdot \frac{-k\lambda R^2 2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$(4) \quad 2\pi\sigma k$$

$$(5) \quad \text{א.} \quad 0 \quad \text{ב.} \quad -\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{ג.} \quad -\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{z^3}$$

$$(6) \quad \frac{kQ}{y \left(\left(\frac{L}{2} \right)^2 + y^2 \right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$(7) \quad \frac{k}{R} [\lambda_1 (2 \sin \alpha - 2) + \lambda_2 \cdot 2]$$

$$(8) \quad kx^2 \ln \left| \frac{4}{3} \right|$$

$$(9) \quad 2\pi k\sigma\lambda \left[L - \left(\sqrt{R^2 + (L+d)^2} \right) - \sqrt{R^2 + d^2} \right]$$

$$(10) \quad \text{א. לא, כי המרחק בין המטען למטענים בקודקוק הוא אפס ואי אפשר לחשב}$$

$$\text{ב.} \quad \vec{F} = q\pi\sigma k \sin(2\theta) \ln 2 \cdot \hat{z} \quad \text{כוח כאשר המרחק הוא אפס.}$$

$$\text{ג. החרוט הקטום הופך לדיסקה עם חור והשדה במרכז מתאפס.}$$